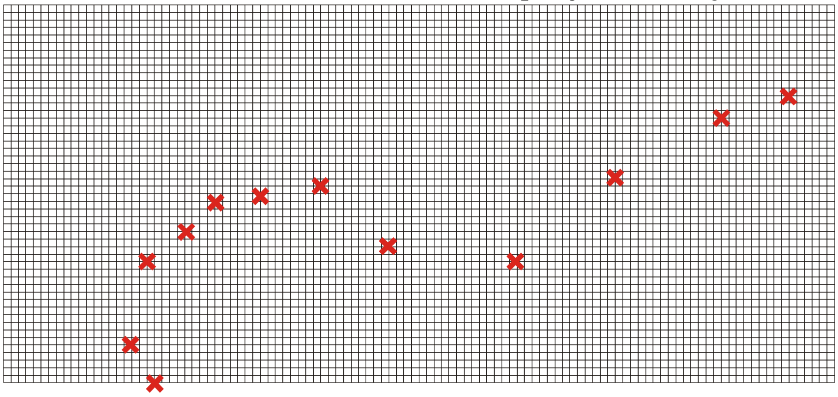
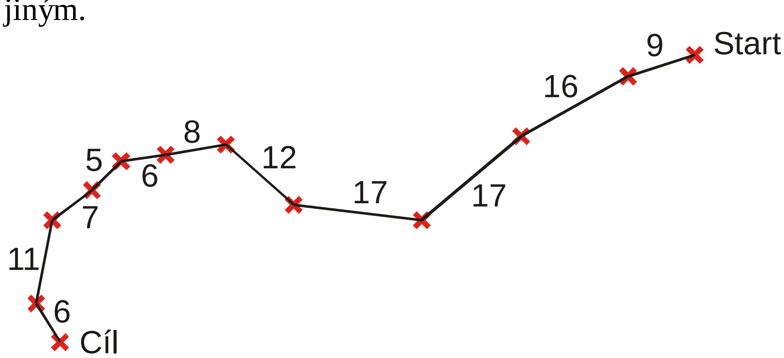
1.1.24 Pohyb v prostoru, souřadnice

Předpoklady: 010107

Vrátíme se téměř na začátek. Při měření pohybu šneka, jsme získali následující údaje.



Protože jsme si nechtěli úplně za začátku fyziky komplikovat situaci, nahradili jsme obrázek, jiným.

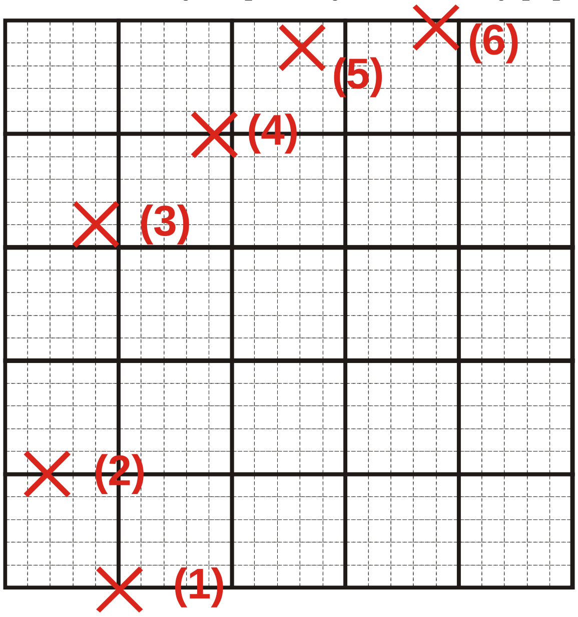


Z tohoto obrázku jsme opsali pouze vzdálenosti mezi jednotlivými křížky a na tvar trajektorie, po které se šnek pohyboval, jsme úplně zanedbali. Jediné, co z celého pohybu zůstalo, byly údaje o vzdálenostech, které šnek ulezl mezi jednotlivými měřeními. Zda zrovna lezl rovně nebo zatáček, jsme se z tabulky nedozvěděli.

Tento přístup dobře odpovídá tomu, jak k pohybu přistupujeme pří jízdě autem, vlakem nebo chůzi pěšky. Nestaráme se o to, kde a jak přesně silnice nebo kolej zatáčí, záleží nám jakou máme před sebou vzdálenost a jak rychle se budeme pohybovat. Směr nás nezajímá, předpokládáme, že cesta nás dovede do cíle.

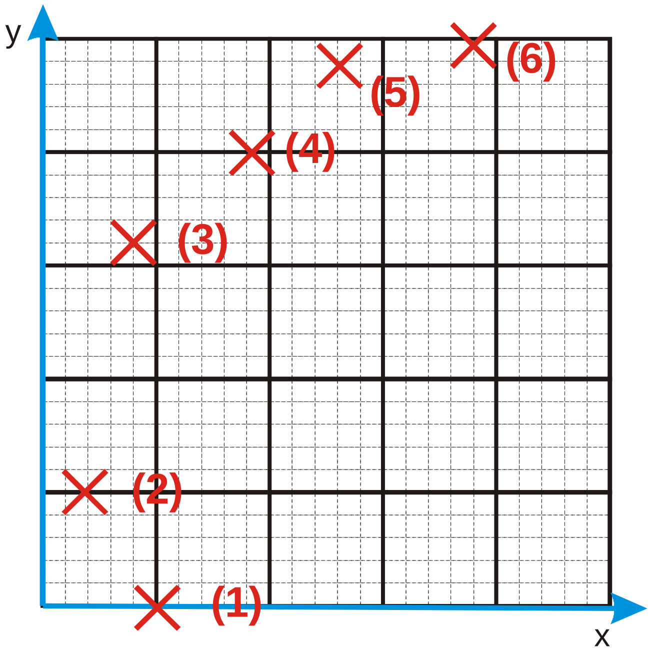
V realitě není situace vždy tak jednoduchá. Třeba v krasobruslení nezáleží pouze na tom, kolik metrů závodník najezdí, ale musí se při tom všem vyhnout mantinelům a když se odráží ke skoku, musí mít poměrně dobře podchycené, na kterém místě se zrovna nachází. U letadel a námořních lodí je pak přesná poloha otázkou života a smrti. Stejně tak nejde pouze o uraženou vzdálenost při odstřelování nebo odpalování raket.

Př. 1: Na obrázku je zvětšená část milimetrového papíru s prvními šesti polohami šneka. Najdi systém, jak v číselné podobě uchovat veškerou informaci, která je na papíře zachycena (informace musí být taková, aby podle získaných čísel bylo možné zakreslit křížky na prázdný milimetrový papír a získat tím původní obrázek.



Nejde o nic nového. Metodu známe z kreslení grafů (tam také pomocí čísel zakreslujeme body na milimetrový papír tak, že ze stejných čísel získají všichni stejný obrázek).

Př. 2: Zapiš souřadnice prvních šesti poloh šneka vzhledem k vyznačeným souřadnicím. Kdy byl šnek nejblíže bodu, který je v této soustavě souřadnic dán souřadnicemi 8 a 18?



poloha č.	1	2	3	4	5	6
x [mm]	5	2	4	9	13	19
y [mm]	0	5	16	20	24	24,5

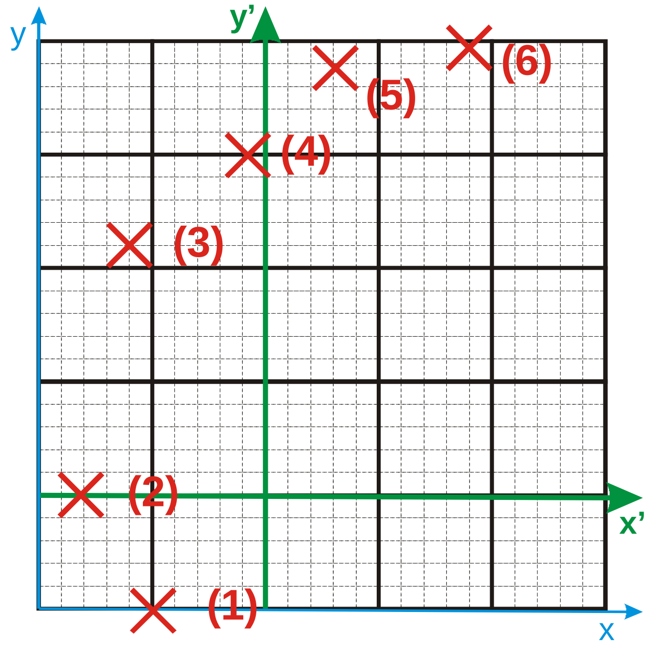
Nejblíže k zadanému bodu byl chvilku před měřením 4. polohy.

Častěji píšeme obě souřadnice do hranatých závorek, první je vždy *x*-vá souřadnice.

poloha č.	1	2	3	4	5	6
x, y [mm]	$[5;0]$	$[2;5]$	$[4;16]$	$[9;20]$	$[13;24]$	$[19;24,5]$

Souřadnice si můžeme zvolit i jinak.

Př. 3: Zapiš souřadnice prvních šesti poloh šneka vzhledem k další soustavě souřadnic dané osami x' a y'. Zapiš rovnicemi vztah mezi souřadnicemi určenými v předchozím příkladu a v tomto příkladu.



poloha č.	1	2	3	4	5	6
x', y' [mm]	$[-5;-5]$	$[-8;0]$	$[-6;11]$	$[-1;15]$	$[3;19]$	$[9;19,5]$

Souřadnice vzhledem k původním osám.

poloha č.	1	2	3	4	5	6
x, y [mm]	$[5;0]$	$[2;5]$	$[4;16]$	$[9;20]$	$[13;24]$	$[19;24,5]$

Rozdíl mezi souřadnicemi x a x' (a také souřadnicemi y a y') je stále stejný, platí:

- $x' = x - 10$ (jasné, osa y' se posunula o 10 m doprava),
- $y' = y - 5$ (jasné, osa x' se posunula o 5 m nahoru).

Dvojice rovnic, kterou jsme pro dvojice souřadnic napsali, se nazývá transformační rovnice. Na vyšších úrovních fyziky hrají transformační rovnice značnou roli, pro nás je nyní důležité, že nezáleží na tom, v jaké soustavě souřadnic budeme pokus měřit, protože pomocí transformačních rovnic a počítače dokážeme naměřené hodnoty snadno přepočítat do libovolné jiné soustavy souřadnic.

Co vlastně znamenají čísla v tabulce?
Jde o dráhy, které musíme ujít ve směru (nebo u záporných hodnot proti směru) souřadných, pokud se chceme dostat z počátku (místo, kde se osy kříží) do zaznamenávaného bodu.

Ke každému místu v rovině existuje právě jedna uspořádaná dvojice čísel, s jejíž pomocí k tomuto místu můžeme dojít ze zvoleného počátku ve směrech dvou zvolených navzájem kolmých os. Této uspořádané dvojici čísel říkáme **kartézské souřadnice**.

Dvě souřadnice nám vystačí, když budeme chtít sledovat pohyb na ploše. Kdyby se šnek naučil létat, papír by nám na zachycení jeho pohybu nestačil a dvě souřadnice také. Museli bychom zavést i třetí souřadnici, která by odpovídala třetímu směru kolmému na předchozí dva.

Př. 4: Ve třídě je zaveden kartézský souřadný systém s počátkem dole v rohu třídy u tabule u okna. Osa *x* směřuje podél oken k zadním lavicím, osa *y* ke dveřím a osa *z* nahoru. Urči přibližné souřadnice následujících bodů.
a) poutko ručníku u umyvadla b) klika u dveří
c) nos studenta sedícího v poslední lavici uprostřed na místě u dveří
d) horní levý roh (při pohledu ze třídy) okna nejvzdálenějšího od katedry

a) poutko ručníku u umyvadla $[0;4;1,3]$

b) klika u dveří $[3;7;1,2]$

c) nos studenta sedícího v poslední lavici uprostřed na místě u dveří $[8;4;1,3]$

d) horní levý roh (při pohledu ze třídy) okna nejvzdálenějšího od katedry $[8;0;3]$

Pedagogická poznámka: Hodnoty souřadnic jsou v každé třídě samozřejmě jiné, ale uvedené body by mělo být možné najít v každé třídě.
Po zadání příkladu si nejprve řekneme rozměry třídy (studenti mají často velmi špatný odhad).
Než zkontrolujeme první bod, ukážeme si soustavu souřadnic. Po malé pauze pak kontrolujeme jednotlivé body postupně, vždy si ukazujeme odpovídající vzdálenosti a před dalším bodem necháváme malý čas v případě, že někdo ze studentů neměl předchozí bod v pořádku.

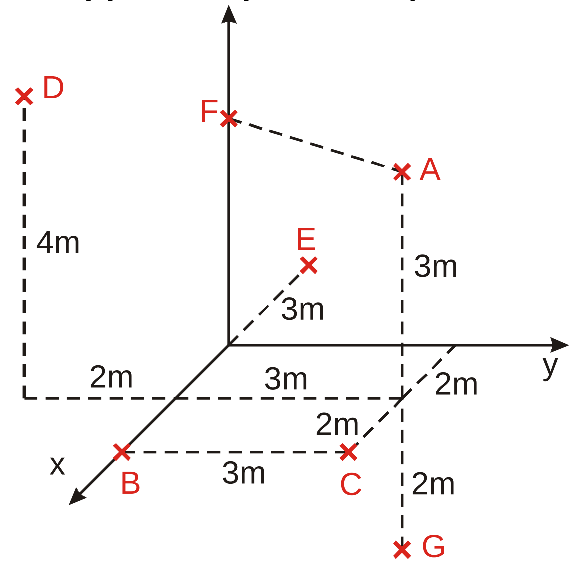
Př. 5: Najdi body určené v předchozí soustavě souřadnic souřadnicemi.
a) $[3;2;1]$ b) $[0;4;0]$ c) $[-10;4;-2]$

Výsledky platné v učebně fyziky v gymnáziu v Třeboni.
a) $[3;2;1]$ - nos člověka sedícího v první lavici u okna.

b) $[0;4;0]$ - podlaha pod ručníkem.

c) $[-10;4;-2]$ - něco v učebně biologie.

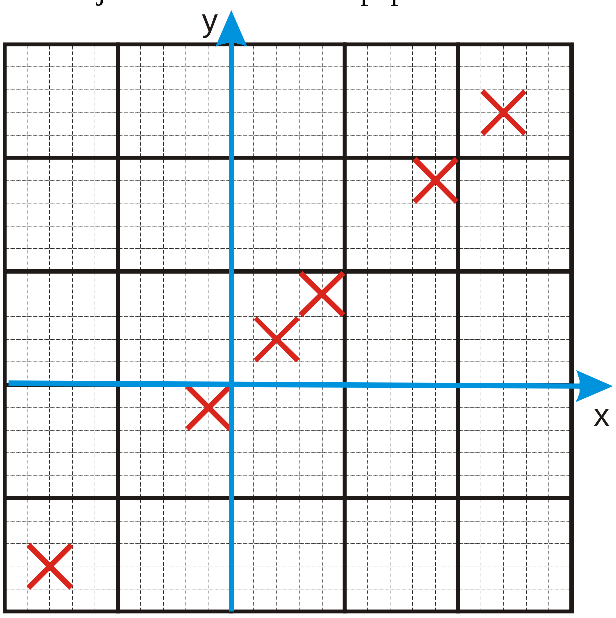
Př. 6: Najdi souřadnice bodů vyznačených na obrázku (všechny sousedící nakreslené úsečky jsou navzájem kolmé a jsou kolmé i k osám, kterých se dotýkají).



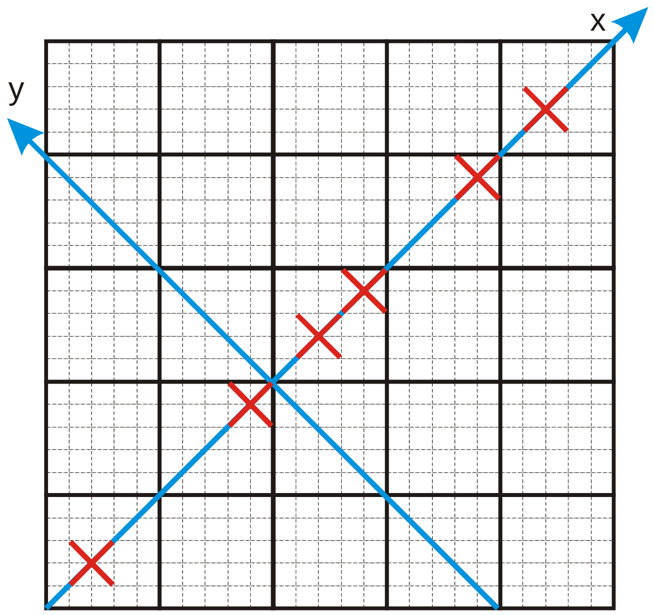
$A[2;3;3]$, $B[4;0;0]$, $C[4;3;0]$, $D[2;-2;4]$, $E[-3;0;0]$, $F[0;0;3]$, $G[2;3;-2]$

Pedagogická poznámka: Velká většina studentů nemá s předchozím příkladem problémy, ale vždy se objeví několik studentů, kteří to v obrázku prostě nevidí a potřebují konzultaci po hodině.

Není nutné používat pro zachycení pohybu vždy kompletní sadu všech souřadnic. Každá další souřadnice přináší nemalé komplikace při výpočtech. Například při pohybu zachyceném na následujícím milimetrovém papíře není rozumné používat nakreslenou soustavu souřadnic.



Daleko výhodnější je souřadnice otočit tak, aby bylo potřeba sledovat pouze jednu jedinou souřadnici.



Př. 7: Navrhni volbu vhodné soustavy souřadnic pro následující pokusy.
a) kolmý pád kamene z věže
b) pohyb káči na lavici
c) kývání kyvadla hodin
d) jízda auta na dálkové ovládání po podlaze dětského pokoje
e) pohyb prcka na kolotoči
f) pohyb letadla při letecké akrobacii
g) jízda vlaku po vodorovné zkušební trati
h) pohyb po nakloněné rovině
i) pohyb po nakloněné a vodorovné rovině

a) kolmý pád kamene z věže
Počátek bude v místě odkud kámen padá (na vrcholu věže), osa z bude svisle vzhůru (pak budou všechny naměřené hodnoty záporné). Osa *z* může také směřovat kolmo dolů (pak budou naměřené hodnoty kladné).

b) pohyb káči na lavici
Potřebujeme pouze dvě souřadnice. Počátek umístíme na roh lavice, osy *x* a *y* budou rovnoběžné s hranami lavice.

c) kývání kyvadla hodin
Potřebujeme dvě souřadnice. Počátek bude v místě, kde by bylo kyvadlo, kdyby se nekývalo. Osa z je svislá, osa *y* (nebo osa *x*) bude ve směru, ve kterém kývá kyvadlo.
Počátek bysme mohli dát i do místa, kde je kyvadlo připevněno a kolem kterého se kývá.

d) jízda auta na dálkové ovládání po podlaze dětského pokoje
Svislou osu *z* nebudeme měřit. Osy *x* a *y* položíme podél hran místnosti, počátek necháme v rohu místnosti, nebo v místě, odkud auto startovalo. Jsou potřeba dvě souřadnice.

e) pohyb prcka na kolotoči
Pokud nebudeme brát v úvahu, že sedačka po roztočení kolotoče trochu stoupne, tak ušetříme svislou osu *z*. Počátek bude v ose kolotoče, ve výšce, kde se sedačka točí, osy *x* a *y* necháme normálně vodorovné.
Pokud bereme v úvahu stoupnutí sedačky, necháme počátek ve výšce v které byl prcek dokud byl v klidu. Ostatní se nemění.

Podle toho, jestli bude podstatné stoupnutí sedačky, budu potřebovat buď dvě nebo všechny tři souřadnice.

f) pohyb letadla při letecké akrobacii
Počátek si necháme někde na zemi, osy x a y budou vodorovné a osa z bude kolmá. Budou potřeba všechny tři souřadnice.

g) jízda vlaku po vodorovné zkušební trati.
Bude stačit jedna souřadnice, osu x zorientujeme ve směru kolejí, ostatní souřadnice nebudou třeba.

h) pohyb po nakloněné rovině
Osy x a y položíme do nakloněné roviny, pokud se bude předmět pohybovat po přímce natočíme x do směru pohybu. Tak nám zbude pouze jedna souřadnice, jinak budeme muset používat dvě. Osu z takhle ušetříme určitě.

i) pohyb po nakloněné a vodorovné rovině
Použijeme osu x ve směru pohybu po vodorovné rovině a svislou osu z.

Pedagogická poznámka: Následující příklad dávám jako přípravu na příští hodinu za domácí úkol. Jeho řešení je proto uvedeno v příští hodině.

Př. 8: Z pravoúhlé křižovatky dvou silnic vyjela dvě auta: fabie rychlostí 80 km/h a trabant rychlostí 60 km/h. Jak rychle se od sebe vzdalují?

Shrnutí: Pokud chceme zachytit polohu předmětu, používáme kartézské soustavy souřadnic, které známe z matematiky. Počátek a směr os si můžeme volit libovolně, naměřené hodnoty můžeme přepočítat.